Экзаменационная работа по алгебре за 10 класс

2024–2025 учебный год

Пояснительная записка.

Работа состоит из трех частей: основной уровень (I часть)– 9 номеров (9 баллов), продвинутый уровень (II часть) – 3 заданий (7 баллов), максимальный уровень (дополнительная часть) – 4 номера (13 баллов). На выполнение работы дается 180 минут

I часть:

№1-№9 оцениваются в 1 балл каждое

II часть.

№10 – 2 балла

№11 – 3 балла

№12 – 2 балла

Дополнительная часть.

№13 – 2 балла

№14 – 3 балла

№15 – 4 балла

№16 – 4 балла

Критерии оценки:

Отметка "5" ставится с 14 баллов.

Отметка "4" ставится с 11 до 13 баллов

Отметка "3" ставится с 8 до 10 баллов

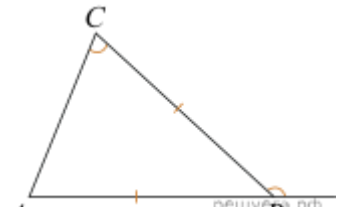
Отметка "2" ставится с 0 до 7 баллов

Экзаменационная работа по алгебре за 10 класс

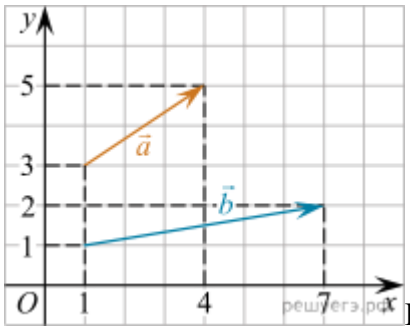
2024–2025 учебный год

Вариант 0

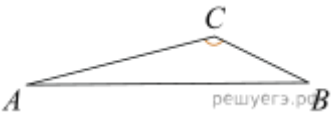
I часть.

1. 

В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 138°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

2. 

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

3. . 

Сторона AB треугольника ABC с тупым углом C равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

4. Андрей с папой решил покататься на колесе обозрения. Всего на колесе двадцать кабинок, из них 9 − белые, 7 − фиолетовые, остальные — оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Андрей прокатится в оранжевой кабинке.

5. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

6. Решите уравнение $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1.$

7. Найдите $24\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,2.$

8. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1380$ К, $a = -15$ К/мин^2, b= 165 К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

9. Один мастер может выполнить заказ за 45 часов, а другой — за 30 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

II часть.

10. а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

11. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF*, стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2.

а) Докажите, что прямые *SC* и *AE* перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от точки *C* до прямой *SF*.

12. Решите неравенство: $4^{x+3} - x^3 \cdot 4^x \leqslant 256 - 4x^3.$

Дополнительная часть.

13. В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. руб. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года.

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.

— в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн. руб.

— суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите r, если в 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 6,1 млн. рублей.

14. Точки A_1, B_1 и C_1 — середины сторон соответственно *BC*, *AC* и *AB* остроугольного треугольника *ABC*.

а) Докажите, что отличная от A_1 точка пересечения окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1 и A_1BC_1, лежит на окружности, описанной около треугольника B_1AC_1.

б) Известно, что $AB = AC = 10$ и $BC = 12$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1, A_1BC_1 и B_1AC_1.

15. Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 6x$ имеет более двух точек экстремума.

16. Вася записал на листе бумаги некоторую последовательность из n чисел ($n > 3$), а затем продолжил её, повторив все числа ещё раз в том же порядке. Затем Вася предложил Маше сыграть в игру по следующим правилам. За один ход Маша может спросить у Васи сумму любых трёх подряд идущих чисел. Маша выигрывает, если через несколько ходов узнает все числа.

а) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 5$?

б) Может ли Маша гарантированно выиграть, если $n = 9$?

в) За какое наименьшее число ходов Маша может гарантированно выиграть, если $n = 22$?